

上海新金融研究院工作论文系列

No. SFIWP0020

## 房产税扩容势在必行

郭新强

2013年7月2日

说明：上海新金融研究院是为支持上海国际金融中心建设而成立的非营利性金融类专业学术研究机构，由中国金融四十人论坛举办，并与上海市黄浦区人民政府战略合作。

本工作论文是上海新金融研究院研究人员在工作期间形成的、尚未公开发表的研究成果，文中观点仅代表作者本人，不代表本研究院。未经书面同意，谢绝任何形式的转载和复制。

# 房产税扩容势在必行

## ——房产持有税与房产交易税问题研究

郭新强

(浙商银行发展研究部, 浙江杭州 310006)

**内容摘要:** 鉴于房产税政策缺乏经验数据的问题, 我们通过构建符合现实的房地产投资行为模型进行前瞻性量化分析, 据此得出四点结论: 一是只有征收房产持有税, 且税率高于租金率时, 才能抑制房价上涨; 二是单纯征收房产交易税无法抑制房价, 需以房产持有税征收为前提; 三是提高二套房首付款比例无助于抑制房价, 但是提高二套房按揭贷款利率有助于抑制房价上涨; 四是房地产投机是推高房价的重要原因, 但是由于租金率提高有助于抑制房价。因此, 应该保护合理的购房投资性需求, 抑制投机性需求。

**关键词:** 房产持有税, 房产交易税, 租金率

## 一、引言

房地产行业作为国民经济支柱产业, 关系到宏观经济和金融系统的稳定。从1998年结束福利分房, 实施住房市场化改革以来, 房价一路攀升, 且表现出“十年九调、越调越涨”的特征。房价居高不下, 所潜藏的经济金融风险不断累积。2013年2月26日, 国务院重新出台了《国务院办公厅关于继续做好房地产(行情专区)市场调控工作的通知》(又称“新国五条”), 特别是要严格实施按照转让所得计征20%所得税的举措, 对房地产市场和社会各界产生了广泛影响, 例如二手房成交量急剧放大, 离婚率上升等社会问题。对于“20%交易所得税”的计征细则, 只有北京、上海、广州、天津、重庆5个城市提及, 但是出台征收细则的只有北京市。受此影响, 4月份土地供应回升态势明显, 平均溢价率(近20%)达到2011年调控以来的最高点, 其中一线城市1-4月单月溢价率均在30%以上, 二三线城市溢价水平也普遍高于去年同期。

2011年, 上海、重庆分别进了房产税改革试点, 对新购二套房和高端住宅持有家庭计征房产持有税, 但由于税率较低和征税对象覆盖不广的原因, 还没有

显示出对房价的明显调控效果。目前，房产税扩容的舆论再起，由此提出的问题是：到底应该征收房产持有税还是房产交易税，二者有何关系，如何看待当前的房地产调控政策？这将是本文所要着重探讨的问题。

### （一）主要结论

鉴于房产交易税和房产持有税作为新的调控政策，其政策效果缺乏经验证据的支撑，对此我们构建了符合现实房地产投资行为的理论模型，对其政策效果进行前瞻性的量化分析，得到如下四点结论：

一是只有征收房产持有税，且税率高于租金率时，投资性房价才能得到控制；二是提高房产交易税有助于抑制房价，但前提是已经征收房产持有税。也就是说，单纯征收房产交易税是无法抑制房价的；

三是提高二套房首付款比例无助于抑制房价，但是提高二套房按揭贷款利率有助于抑制房价上涨；

四是房地产投机是推高房价的重要原因，但是由于租金率提高有助于抑制房价。因此，应该保护合理的购房投资性需求，抑制投机性需求。

### （二）政策建议

根据上述分析结论，我们给出如下政策建议：

一是应该扩大房产持有税征收范围，并结合当地租金水平动态调整房产持有税率，如果要征收房产交易税，也应以开征房产持有税为前提。在实际征收房产持有税时可以在应税对象上做合理调整，例如采用免征部分面积和渐进提高的方式，以减少改革阻力。至于所征收的房产持有税可以增加教育、医疗和社会保障等支出进行转移支付或合理返税，亦或者参考国外经验，在具体的房地产项目区块作为福利性基金使用，这在降低贫富收入差距的同时，也有利于冲抵房地产投资者的部分损失；

二是要区别房地产投资性需求和投机性需求，前者需要保护、后者需要抑制。相对于提高二套房首付款比例而言，提高二套房按揭贷款利率更能有效抑制房价上涨；

三是改革土地市场、实施增加供给的调控政策，同时逐渐取消限购、限贷、限价等抑制需求的行政干预措施，代之以利率等市场化调控手段。

### （三）关于房地产投资与投机的收益分析

一是否获得租金收入可以看作是区分房地产投资者和投机者的重要依据。本文模型中由于设定了自有住房的租金收入，因此更多刻画了房地产投资者的行为。

二是由于征收房产持有税之后，房价将下降，从而能够成功抑制房地产投机需求。

至于房地产投资者是否必然遭受损失，则取决于租金收入与价差损失之间的大小关系。只有当租金率高于房价下跌比例时，租金收入才能抵补因房价下降所带来的损失。

虽然租金率较高时所应征收的房产持有税率也较高，但因此所带来的房价下跌比例高于租金率的概率也相应下降了。也就是说，即使房价下跌，对于房地产投资者而言也存在一种利益补偿机制。

## 二、经济模型描述

假设有一个投资房地产的家庭，存活两个阶段。在第一个阶段，拥有一套住房，同时按揭了一套住房；在第二个阶段时，该家庭将出售一套住房，直到终老。

在第一个阶段时，该家庭消费、休闲（工作）、住房，三者能够给他带来效用（幸福感）。同时，满足“量入为出”的预算约束。该家庭的收入来自工资、自有住房的租金和父母馈赠，支出包括日常消费、房产持有税、二套房首付款，剩下的资金用于储蓄。

在第二个阶段时，该家庭不再工作，同时卖出一套住房，仅持有所按揭的二套房用于自住。此时，所满足的预算约束为：收入来自首套房的出售和上期银行储蓄，支出包括消费、房产交易税和二套房按揭支出。

该家庭的最优化问题是：在满足两个阶段预算约束的同时，实现第一、二阶段的联合效用最大化。

为了便于读者阅读下面的数理模型，我们给出如下相关经济变量的数学符号及释义，见表 1。

表 1 相关经济变量的数学符号及释义

消费	住房与房价	房产税	储蓄与储蓄率	工资
$C_1$ : 1 期	$H_1^1$ 、 $P_{H_1^1}$ $P_{H_1^1}'$ (再售房价)	$\Xi_{H_1^1}$ (持有税)	$D_0$ 、 $D_1$ $R$ (总储蓄率)、 $R_{H_1^1}$ (租金)	$W_1$
$C_2$ : 2 期	$H_1^2$ 、 $P_{H_1^2}$	$\tau_{H_1^1}$ (交易税)	$R'$ (房贷利率) $g$ (首付款比例)	$N_1$ (劳动)

## 三、理论分析

### (一) 模型构建

假设经济中存在一个从事房地产投资的代表性家庭，该家庭存活两期。在第一期，该家庭拥有一套住房，同时按揭了一套住房；在第二个阶段时，该家庭将出售一套住房，仅自住一套住房直到终老。

在第一期时，该家庭消费、休闲（工作）、住房，三者能够给他带来效用（幸福感），具有如下效用函数：

$$U(C_1, H_1^1, H_1^2, N_1) = \log C_1 + \eta_2 \times \log(H_1^1 + H_1^2) - \frac{N_1^{1+\gamma}}{1+\gamma} \quad (1)$$

这里，经济变量  $C_1$ 、 $H_1^1$ 、 $H_1^2$  和  $N_1$  分别表示家庭在第 1 期的消费、自有住房、按揭二套房和劳动，参数  $\gamma$  表示劳动替代弹性。

同时，该家庭满足“量入为出”的预算约束，其收入来自工资、自有住房的租金和父母馈赠，支出包括日常消费、房产持有税、二套房首付款，剩下的资金用于储蓄，即：

$$C_1 + \mathcal{G} \times P_{H_1^2} \times H_1^2 + \Xi_{H_1^1} \times P_{H_1^1} \times H_1^1 + D_1 = W_1 \times N_1 + R_{H_1^1} \times P_{H_1^1} \times H_1^1 + D_0 \quad (2)$$

这里，经济变量  $\Xi_{H_1^1}$  表示房产持有税， $P_{H_1^1}$ 、 $R_{H_1^1}$  和  $P_{H_1^2}$  分别表示自有一套房的房价、租金和按揭二套房房价， $D_0$ 、 $D_1$  分别表示来自父母等的外部储蓄和第 1 期的家庭储蓄，参数  $\mathcal{G}$  表示按揭二套房的首付款比例。

在第二期时，该家庭不再工作，同时卖出一套住房，仅持有所按揭的二套房用于自住，其效用函数为：

$$U(C_2, H_1^2) = \log C_2 + \eta_2 \times \log H_1^2 \quad (3)$$

这里，经济变量  $C_2$  表示家庭在第 2 期的消费。

此时，家庭的收入来自首套房的出售和上期银行储蓄，支出包括消费、房产交易税和二套房按揭款，满足如下预算约束：

$$C_2 + \tau_{H_1^1} \times (P_{H_1^1}' - P_{H_1^1}) \times H_1^1 + R' \times (1 - \mathcal{G}) \times P_{H_1^2} \times H_1^2 = P_{H_1^1}' \times H_1^1 + R \times D_1 \quad (4)$$

这里，经济变量  $\tau_{H_1^1}$  表示按商品房交易差价所缴纳的房产交易税税率， $P_{H_1^1}'$  表示一套房再售价格， $R$  和  $R'$  分别表示储蓄收益率和二套房按揭贷款利率。

需要指出的是，该家庭的最优化问题不是分别在每一期实现预算约束下的效用最大化，而是在满足两个阶段预算约束的同时，实现第一、二阶段的联合效用最大化，即：

$$\max_{\{C_1, C_2, N_1, H_1^1, H_1^2\}} W_1 = U(C_1, H_1^1, H_1^2, N_1) + \beta \times E_1 U(C_2, H_1^2) \quad (5)$$

这里，参数  $\beta$  表示第二期到第一期的效用折现因子，满足如下预算约束：

$$C_2 + \tau_{H_1^1} \times (P_{H_1^1}' - P_{H_1^1}) \times H_1^1 + R' \times (1 - \mathcal{G}) \times P_{H_1^2} \times H_1^2 = P_{H_1^1}' \times H_1^1 + R \times (W_1 \times N_1 + R_{H_1^1} \times P_{H_1^1} \times H_1^1 + D_0 - C_1 - \mathcal{G} \times P_{H_1^2} \times H_1^2 - \Xi_{H_1^1} \times P_{H_1^1} \times H_1^1) \quad (6)$$

通过求解上述最优化问题，我们可以得到自有一套房的再售房价为：

$$P_{H_1^1}' = \frac{[(\Xi_{H_1^1} - R_{H_1^1})R - \tau_{H_1^1}]}{(1 - \tau_{H_1^1})} \times P_{H_1^1} - \frac{\eta_2 H_1^2}{\eta_2 H_1^2 + \beta \eta_2 (H_1^1 + H_1^2)} \frac{[R'(1 - \mathcal{G}) + R\mathcal{G}]}{(1 - \tau_{H_1^1})} \times P_{H_1^2} \quad (7)$$

这里， $\Xi_{H_1^1} > R_{H_1^1}$ ，即房产持有税税率高于住房租金率，且  $\tau_{H_1^1} < (\Xi_{H_1^1} - R_{H_1^1})R$ ，即房产交易税税率不能过高。

重要的是，由于  $\frac{[(\Xi_{H_1^1} - R_{H_1^1})R - \tau_{H_1^1}]}{(1 - \tau_{H_1^1})} < 1$  成立，因此， $P_{H_1^1}' < P_{H_1^1}$  成立，即征收房产持有税后可以有效降低房价。由于该结论对于  $\tau_{H_1^1} = 0$  时依然成立，即对于实现房价的实质性降低而言，是否征收房产交易税并不重要。

进一步的，由于在征收房产持有税之后，房价实际上是下跌的，此时按照价差征收税率的房产交易税实际上已经失效。

## (二) 基本结论

首先分析房产持有税和房产交易税。

一、当不征收房产持有税时 ( $\Xi_{H_1^1} = 0$ )，投资性购房再售价格为负值，这意味着市场对商品房的需求将是无限大，此时不存在市场出清，即无均衡房价。出于抑制房价上涨的考虑，限价、限购将成为不得已而为之的措施。

二、考察房产交易税对房价的影响。根据  $\partial P_{H_1^1}' / \partial \tau_{H_1^1} < 0$  可知，提高房产交易税有助于抑制房价。但是，前提是已经征收房产持有税。也就是说，单纯征收房产交易税是无法抑制房价的。

此外，有两点值得注意。

一是提高二套房首付款比例 ( $\mathcal{G}$ ) 无助于抑制房价，但是提高二套房按揭贷款利率 ( $R'$ ) 有助于抑制房价。

由于  $\frac{\partial P_{H_1^1}'}{\partial \mathcal{G}} = -\frac{\eta_2 H_1^2}{\eta_2 H_1^2 + \beta \eta_2 (H_1^1 + H_1^2)} \frac{[R - R']}{(1 - \tau_{H_1^1})} \times P_{H_1^2} > 0$ ，这意味着对于以投资

为目的的家庭而言，如果按揭二套房的收入款比例越高，那么一套房再售价格也将提高。也就是说，试图通过提高首付款比例来抑制住房投资需求的方法并不可行。同时，观察二套房按揭贷款利率  $R'$  可知，其与房价呈负相关关系。

二是如果房地产投资家庭更多看重第 2 期的房产价差收入 ( $\beta$  越大)，这表示持有首套住房的投机性越强，那么根据  $\partial P_{H_1^1}' / \partial \beta > 0$  可知，住房再售价格将提

高。也就是说，房地产投机是推高房价的重要原因。但是，由于租金收入 ( $R_{H_1}$ ) 的提高有助于降低房价，这表示应该保护合理的投资性需求，需要抑制的是投机性需求。

### (三) 关于房地产投资与投机的收益分析

首先来看二者的区别。房地产投机是以赚取房价价差为目的的购房行为，是否具有长期投资回报不是投机者的考虑因素，因此为了规避各种投资风险，交易表现出“快进快出”的特征。也就是说，房地产投机者持有房产的时间一般较短、且交易更加频繁。与之不同，房地产投资者是以赚取房产保值、增值收益为目的的购房行为，其增值有两个方面，一个是租金收入，一个是房价上涨收益。由于后者与房地产投机者类似，因此，是否获得租金收入可以看作是区分房地产投资者和投机者的重要依据。

本文模型中由于设定了自有住房的租金收入，因此更多刻画了房地产投资者的行为。当然，我们通过购房者在第 1 期和第 2 期之间的折现因子 ( $\beta$ ) 也可以刻画购房者的投机行为。例如，当  $\beta$  接近于零时，购房者的效用将主要取决于第 1 期的租金收入，而不是第 2 期的房产价差收入，此时购房者投机性较低，反之亦反是。

其次，由于征收房产持有税之后，房价将下降，即  $P'_{H_1} < P_{H_1}$  成立。因此，相对于房地产投资者仍然还能获得一部分租金收入而言，房地产投机者将无法获得房价上涨的价差收入，从而能够成功抑制房地产投机需求。

至于房地产投资者是否必然遭受损失，则取决于租金收入与价差损失之间的大小关系。前者为  $R_{H_1} \times P_{H_1} \times H_1^1$ ，后者为  $(P_{H_1} - P'_{H_1}) \times H_1^1$ ，只有当  $P'_{H_1} / P_{H_1} > 1 - R_{H_1}$  成立时，租金收入才能抵补因房价下降所带来的损失。

更加直观地，应满足  $R_{H_1} > (P_{H_1} - P'_{H_1}) / P_{H_1}$ ，也就是说只有当租金率高于房价下跌比例时，房地产投资者才不会蒙受损失。

虽然租金率较高时所应征收的房产持有税率也较高，但因此所带来的房价下跌比例高于租金率的概率也相应下降了，此时租金收入将能抵补房价下跌损失。也就是说，即使房价下跌，对于房地产投资者而言也存在一种利益补偿机制。

## 四、政策建议

根据上述分析结论，我们给出如下政策建议：

一是应该扩大房产持有税征收范围，并结合当地租金水平动态调整房产持有税率，如果要征收房产交易税，也应以开征房产持有税为前提。在实际征收房产

持有税时可以采用免征部分面积和渐进提高的方式，以减少改革阻力。至于所征收的房产持有税可以以增加教育、医疗和社会保障等支出进行转移支付或合理返税，亦或者参考国外经验，在具体的房地产项目区块作为福利性基金使用，这在降低贫富收入差距的同时<sup>1</sup>，也有利于冲抵房地产投资者的部分损失；

**表 2 各国各地区物业税一览**

各地区	物业税
香港	如房地产作出租用途，则该租金收入需要交纳物业税，每个课税年度按照土地或楼宇的应评税净值，以标准税率向在香港拥有土地或楼宇的业主征收，税率为 15%。
台湾	按台湾物业税的征收标准来看，144 平方米以上的房源，每年收取的税费将有可能在房屋总价的 0.8%—1.5%/年。
韩国	韩国政府从 2005 年开始征收综合不动产税，征税对象是 6 亿韩元（约合人民币 326 万）以上的住房，税率是 1%至 3%，征税标的房价是市场价的 60%至 70%，实际税率约为 0.6%—2.1%。2008 年开始实行减税政策，调整了综合不动产税，把征税对象上调到价值 9 亿韩元（约合人民币 489 万）以上的住房，把税率下调到 0.5%至 1%。
日本	日本财产税主要是对房地产等不动产课征的不动产取得税、固定资产税、城市规划税、注册执照税等，同时还有遗产继承税与赠与税。固定资产税是以土地、住宅及折旧资产为课税对象，标准税率为 1.4%，对土地征税标准额度不足 30 万日元、房屋征税标准额度不足 20 万日元的免征，200 平米以下面积减征。
新加坡	由新加坡国内税务局对所有房产征收，国内税务局会参照年景好坏、房屋新旧程度、地段、是否有健身设施等因素对房产年租金进行综合评估，自有住房按评估值 4%征收，其他类型房产按照 10%征收。
美国	不动产税归在财产税项下，税基是房地产评估值的一定比例。目前美国的 50 个州都征收这项税收，各州和地方政府的不动产税率不同，大约平均 1%到 3%。
德国	不动产税，根据评估价值的 1%—1.5%征收。
瑞典	不动产税，对于独栋家庭住房，税率为 1%，对共同产权型的公寓住房，税率为 0.5%，商业物产不动产税率为 1%，工业物产税率为 0.5%。
意大利	不动产税，按照税务评估价值的 0.4%—0.7%征收。
西班牙	不动产税，按照税务评估价值征收（一般低于市场价值的 50%），税率在 3%。
上海	新购二套房及外地房征收房产税，暂按应税住房市场交易价格的 70%计算缴纳，税率为 0.4%—0.6%，人均 60 平米及以下面积免征。
重庆	存量独栋住宅、新购高档房和外地二套房，暂按房产交易价征收，税率为 0.5%—1.2%，免税面积分别为 180 平米、100 平米和不免征。

数据来源：根据各国网上公布材料整理。

二是要区别房地产投资性需求和投机性需求，前者需要保护、后者需要抑制。相对于提高二套房首付款比例而言，提高二套房按揭贷款利率更能有效抑制房价

<sup>1</sup> 目前，世界上 130 多个国家和地区都对住房征收房产税，他们的通行做法中最突出的就是把房产税作为调节收入和财富分配的重要工具。



上涨；

三是改革土地市场、实施增加供给的调控政策，同时逐渐取消限购、限贷、限价等抑制需求的行政干预措施，代之以利率等市场化调控手段。

最后需要指出的是，房产持有税的征收并不只是为了调控房价，实质是以房产保有环节征税形成规范的经济调节杠杆，包括对地方政府职能转变的合理激励，以及改变地方政府的土地财政依赖，降低贫富收入差距等，具有优化我国税制结构和收入再分配的重要功能。因此，房产税改革应放在税制改革和收入分配改革的大框架下进行，要有合理的制度设计，而不应仅仅是增加一个新的税种。

## 数学附录

根据正文中对模型经济的描述，可以构建如下代表性房地产投资家庭的最优化问题：

$$\max_{\{C_1, C_2, N_1, H_1^1, H_1^2\}} W_1 = U(C_1, H_1^1, H_1^2, N_1) + \beta \times E_1 U(C_2, H_1^2) \quad (8)$$

且满足如下预算约束：

$$\begin{aligned} C_2 + \tau_{H_1^1} \times (P_{H_1^1}^1 - P_{H_1^1}^2) \times H_1^1 + R^1 \times (1 - \mathcal{G}) \times P_{H_1^2} \times H_1^2 &= P_{H_1^1}^1 \times H_1^1 \\ + R \times (W_1 \times N_1 + R_{H_1^1} \times P_{H_1^1} \times H_1^1 + D_0 - C_1 - \mathcal{G} \times P_{H_1^2} \times H_1^2 - \Xi_{H_1^1} \times P_{H_1^1} \times H_1^1) & \end{aligned} \quad (9)$$

进一步整理后，可得如下预算约束下的拉格朗日最优化问题：

$$\begin{aligned} L = \log C_1 + \eta_2 \times \log(H_1^1 + H_1^2) - \frac{N_1^{1+\gamma}}{1+\gamma} + \beta \times (\log C_2 + \eta_2 \times \log H_1^2) \\ + \Lambda \times \left[ \begin{aligned} &C_2 + \tau_{H_1^1} \times (P_{H_1^1}^1 - P_{H_1^1}^2) \times H_1^1 + R^1 \times (1 - \mathcal{G}) \times P_{H_1^2} \times H_1^2 - P_{H_1^1}^1 \times H_1^1 \\ &- R \times (W_1 \times N_1 + R_{H_1^1} \times P_{H_1^1} \times H_1^1 + D_0 - C_1 - \mathcal{G} \times P_{H_1^2} \times H_1^2 - \Xi_{H_1^1} \times P_{H_1^1} \times H_1^1) \end{aligned} \right] \end{aligned}$$

通过对选择变量集  $\{C_1, C_2, N_1, H_1^1, H_1^2\}$  求解，可得如下最优一阶条件：

- 1、  $\frac{\partial L}{\partial C_1} = \frac{1}{C_1} + \Lambda \times R = 0;$
- 2、  $\frac{\partial L}{\partial C_2} = \frac{\beta}{C_2} + \Lambda = 0;$
- 3、  $\frac{\partial L}{\partial N_1} = -N_1^{-\gamma} - \Lambda \times R \times W_1 = 0;$
- 4、  $\frac{\partial L}{\partial H_1^1} = \frac{\eta_2}{H_1^1 + H_1^2} + \Lambda \times \left[ \tau_{H_1^1} \times (P_{H_1^1}^1 - P_{H_1^1}^2) - P_{H_1^1}^1 - R \times (R_{H_1^1} - \Xi_{H_1^1}) \times P_{H_1^1} \right];$
- 5、  $\frac{\partial L}{\partial H_1^2} = \frac{\eta_2}{H_1^1 + H_1^2} + \frac{\beta \times \eta_2}{H_1^2} + \Lambda \times \left[ R^1 \times (1 - \mathcal{G}) \times P_{H_1^2} + R \times \mathcal{G} \times P_{H_1^2} \right] = 0$

根据式 (5) 可知， $\Lambda < 0$ 。于是，根据式 (4) 可知，如果  $R_{H_1^1} > \Xi_{H_1^1}$ ，则  $\partial L / \partial H_1^1 > 0$ ，这意味着房地产投机需求无穷大。因此，只有当  $\Xi_{H_1^1} > R_{H_1^1}$  时，房产持有税才能有效抑制房地产投机。据此，我们得到如下结果：

$$\frac{\tau_{H_1^1} \times (P_{H_1^1}' - P_{H_1^1}) - P_{H_1^1}' - R \times (R_{H_1^1} - \Xi_{H_1^1}) \times P_{H_1^1}}{R' \times (1 - \mathcal{G}) \times P_{H_1^2} + R \times \mathcal{G} \times P_{H_1^2}} = \frac{\frac{\eta_2}{H_1^1 + H_1^2}}{\frac{\eta_2}{H_1^1 + H_1^2} + \frac{\beta \times \eta_2}{H_1^2}} = \frac{\eta_2 \times H_1^2}{\eta_2 \times H_1^2 + \beta \times \eta_2 \times (H_1^1 + H_1^2)}$$

$$\frac{\tau_{H_1^1} \times (P_{H_1^1}' - P_{H_1^1}) - P_{H_1^1}' - R \times (R_{H_1^1} - \Xi_{H_1^1}) \times P_{H_1^1}}{R' \times (1 - \mathcal{G}) \times P_{H_1^2} + R \times \mathcal{G} \times P_{H_1^2}} = \frac{\eta_2 \times H_1^2}{\eta_2 \times H_1^2 + \beta \times \eta_2 \times (H_1^1 + H_1^2)}$$

$$(\tau_{H_1^1} - 1) \times P_{H_1^1}' - [\tau_{H_1^1} + (R_{H_1^1} - \Xi_{H_1^1}) \times R] \times P_{H_1^1} = \frac{\eta_2 \times H_1^2}{\eta_2 \times H_1^2 + \beta \times \eta_2 \times (H_1^1 + H_1^2)} \times [R' \times (1 - \mathcal{G}) \times P_{H_1^2} + R \times \mathcal{G} \times P_{H_1^2}]$$

$$P_{H_1^1}' = \frac{[(\Xi_{H_1^1} - R_{H_1^1})R - \tau_{H_1^1}]}{(1 - \tau_{H_1^1})} \times P_{H_1^1} - \frac{\eta_2 H_1^2}{\eta_2 H_1^2 + \beta \eta_2 (H_1^1 + H_1^2)} \frac{[R'(1 - \mathcal{G}) + R\mathcal{G}]}{(1 - \tau_{H_1^1})} \times P_{H_1^2}$$

重新整理，可得如下：

$$P_{H_1^1}' = \frac{[(\Xi_{H_1^1} - R_{H_1^1})R - \tau_{H_1^1}]}{(1 - \tau_{H_1^1})} \times P_{H_1^1} - \frac{\eta_2 H_1^2}{\eta_2 H_1^2 + \beta \eta_2 (H_1^1 + H_1^2)} \frac{[R'(1 - \mathcal{G}) + R\mathcal{G}]}{(1 - \tau_{H_1^1})} \times P_{H_1^2}$$

这里， $\Xi_{H_1^1} > R_{H_1^1}$ ，即房产持有税税率高于住房租金率。